

TD du Chapitre 6 : Coniques**Exercice 1**

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la courbe d'équation polaire $\rho = \frac{1}{\cos \theta + \sin \theta + 2}$.

☺ On pourra faire un habile changement de repère.

Exercice 2

Soit P une parabole. A tout point M de P , on associe la droite Δ_M définie comme la droite symétrique de la droite passant par M et parallèle à l'axe focale de P , par rapport à la normale à P en M .

Prouver que quel que soit M , Δ_M passe par un point fixe (indépendant de M) que l'on précisera.

Exercice 3

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan, soit P la parabole d'équation $y^2 = 2px$. Trois tangentes à P formant un triangle, montrer que l'orthocentre de ce triangle appartient à la directrice de P .

Exercice 4

Soient A et F deux points fixés du plan.

Déterminer le lieu des sommets des paraboles de foyer F et passant par A .

Exercice 5

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan, soient les points $A(-1;0)$ et $B(1;0)$. Ecrire (avec peu de calculs) une équation cartésienne de l'ensemble des points M du plan tels que $MA + MB = 4$.

Exercice 6

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan, soit le point $A(0;2)$. Déterminer l'ensemble des centres des cercles passant par A et dont les tangentes menées en O sont perpendiculaires.

Exercice 7

Lieux orthoptiques :

- 1) Déterminer l'ensemble des points du plan où passent deux tangentes perpendiculaires (entre elles) à une parabole donnée.
- 2) Même question mais avec une ellipse au lieu d'une parabole.

☺ On pourra évaluer OT^2 si O est le centre de l'ellipse et T le point d'intersection des deux tangentes.

Exercice 8

Trouver les normales à une ellipse la plus éloignée de son centre.

Exercice 9

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan, soit H une hyperbole de foyers $F(c;0)$ et $F'(-c;0)$ et de sommets $A(a;0)$ et $A'(-a;0)$. On appelle C , le cercle de centre F' et de rayon $2a$.

- 1) Montrer que H est l'ensemble des centres des cercles tangents à C et passant par F (C est appelé cercle directeur de l'hyperbole).
- 2) Soient D la directrice associée à F , M un point de H différent de A et A' et T_M la tangente à H en M . On appelle T le point d'intersection de D et T_M . Montrer que $(FM) \perp (FT)$ et en déduire une méthode simple pour construire T_M .

Les deux questions sont indépendantes.

Exercice 10

Dans le plan, soient D une droite et F un point n'appartenant pas à D . Déterminer l'ensemble des sommets des hyperboles admettant F pour foyer et D pour asymptote.

Exercice 11

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan, soit H l'hyperbole d'équation $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$.

Un cercle passant par le sommet $A(-1;0)$ et le foyer $F(c;0)$ recoupe H en trois points M_1, M_2 et M_3 . Montrer que $M_1M_2M_3$ est un triangle équilatéral.

Exercice 12

On se place dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan. Déterminer, suivant la valeur du paramètre m , la nature la conique d'équation :

- a) $mx^2 + 4mx + (m-1)y^2 + 2 = 0$.
- b) $x^2 + 2mxy + y^2 + 2mx - m^2 = 0$.

