Concours blanc

du lundi 6 janvier 2020

Compte-rendu de Mme Panichi-Cochet, correctrice

Remarques générales :

- Beaucoup d'élèves ont déjà bon nombre de bons réflexes de rigueur, (poser les IPP, justifier les changements de variable dans une intégrale, justifier les convergences avant de passer à la limite/somme pour une suite/série ou de calculer une intégrale généralisée...) MAIS PAS TOUS LES ELEVES, NI TOUS LES REFLEXES.

  Il va donc encore valoir faire un effort de rigueur (énorme pour certains) pour arriver au niveau d'exigence des concours. Voir commentaires personnalisés dans les copies.

- Il faut **s'interdire l'usage des abréviations** (« Dmq » pour « Démontrons que » ou « CCL » pour « Conclusion » ou « sev » pour sous-espace vectoriel par exemple) dans une copie et **s'interdire l'usage des quantificateurs dans les PHRASES** (« Ainsi, la propriété est vraie $\forall n \in \mathbb{N}$ »).
  Le langage quantifié est un langage mathématique avec des règles strictes. Les quantificateurs ne sont pas des outils bien pratiques pour gagner du temps.

- De même, les symboles logiques (implication, équivalence. . .) doivent être utiliser avec parcimonie et à bon escient. STOP aux flèches à tout vent, qui ne disent pas ce qu'on veut leur faire dire ! $A \Rightarrow B$ n'a pas le même sens que A donc B.

- ATTENTION aux « FATAL ERRORS » ou HORREURS, c'est-à-dire les erreurs graves pour ne pas dire gravissimes, qui risquent de mettre à mal la confiance du correcteur, voire de vous mettre le correcteur à dos, et, au pire de l'inciter à arrêter la correction de votre copie pour mettre une note RANDOM en 2 et 5. J'insiste : certaines INEPTIES n'ont pas leur place le jour du concours.

- Attention à la gestion du temps et à la rentabilité. Passer beaucoup de temps sur UN problème quand on est sûr de soi et qu'on pense très bien le réussir, pourquoi pas. Mais quand c'est constellé d'erreurs, et qu'il ne reste quasiment plus de temps pour faire le deuxième problème, là, ce n'est pas rentable. Il faut donc retravailler sur ses erreurs impérativement, pour rendre son travail plus efficace.

PROBLÈME 1

D'après

Concours Mines-Ponts

Session 2017 - Filière PC

Épreuve de mathématiques 2

I - Exponentielle tronquée

1. Beaucoup d'erreurs de NDO : terme général T_n, suite $(T_n)_{n\in\mathbb{N}}$, reste R_n, suite des restes $(R_n)_{n\in\mathbb{N}}$...

2. Écrire la formule de Taylor générale (avec reste intégral) AVANT de l'appliquer à la fonction voulue. Préciser les conditions d'applications : classe de la fonction, intervalle, calcul des dérivées k-ièmes de la fonction...

3. DL calamiteux pour le calcul de la limite de $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$: ne pas chercher un DL à l'ordre 1 en $\dfrac{1}{n}$ (pour lequel beaucoup d'élèves oublient des contributions !) alors qu'on ne cherche qu'une limite ! Un ordre 0 suffit, c'est-à-dire le terme constant du DL !

4. Existence du maximum bien faite, mais $M < e^{-1}$ mal fait en général...

Penser aussi au fil conducteur ! Pour démontrer $R_n(x) = o\left(e^{nx}\right)$, il fallait utiliser justement une suite $(a_n) = \left(\dfrac{n^{n+1}}{n!}y^n\right)$ avec $y = M < e^{-1}$ justement !

5.-6. Pour les intégrales généralisées, convergence de l'intégrale avant le calcul SVP !

ATTENTION : pour ceux qui ont voulu télescoper à partir de $I_n = nI_{n-1}$, la justification de $I_n > 0$ est à revoir ! L'intégrale d'une fonction strictement positive n'est pas forcément strictement positive ! Il faut aussi la CONTINUITE ! ! !

Par ailleurs, pour les intégrales généralisées : IPP d'abord sur un SEGMENT puis passer à la limite en justifiant.

7. Il faut justifier l'inégalité suggérée dans l'énoncé.

Il faut toujours suivre le fil conducteur. Ici encore, une suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ comme en 2. peut aider...

II. Méthode de Laplace

8. Erreurs assez fréquentes dans la formule de Taylor-Young pour faire le DL (oubli du $\dfrac{1}{2!}$ dans le terme d'ordre 2 par exemple).

9. TRES MAL TRAITEE.

Le fait qu'une fonction soit strictement positive, même continue, mais sur un intervalle qui n'est PAS un segment, ne suffit pas pour affirmer qu'elle est minorée par un réel strictement positif.

Pour l'inégalité $f(x) \leqslant e^{-ax^2}$, beaucoup ont justifié seulement sur $]-1,1[$, très peu sur $[-1,1]$ comme demandé...

10. Beaucoup d'élèves ne savent pas démontrer rigoureusement que la fonction est continue par morceaux.

11. ATTENTION dans l'hypothèse de domination du TCD, la fonction qui domine ne doit PAS dépendre de n ! ! !

NE PAS démontrer la formule donnée en fin de partie II : « On en déduit de la même manière que... » C'est de la perte de temps ! ! !

III. Formule de Stirling

12. Personne n'a justifié la définition de I_n et J_n !

13. Beaucoup de maladresses dans la majoration de J_n.

14. Plutôt BIEN traitée dans l'ensemble.

15. Peu traitée.

Fin du problème 1

PROBLÈME 2

D'après

Concours Centrale-Supélec

Session 2001 - Filière PC

Épreuve de mathématiques 2

Ce deuxième problème a été très peu traité par les élèves, qui ont visiblement investi trop de leur temps sur le problème d'analyse et n'ont bénéficié que de peu de temps pour attaquer l'algèbre. La plupart des élèves n'ont donc fait que quelques rares questions.

Par ailleurs, la précipitation de fin d'épreuve se fait sentir : dans ce problème plus que dans l'autre, j'ai lu de vraies horreurs...

Je ne fais donc que quelques remarques générales, inutile de détailler question par question.

- BEAUCOUP oublient de dire que le coefficient de colinéarité λ tel que $y = \lambda x$ est NON NUL, ce qui est nécessaire pour justifier l'inversibilité de la matrice $A = \lambda I$ (cas (x, y) liée du I.A.1).
  Personne n'a traité le cas (x, y) libre.
- Pour justifier qu'une matrice de rang 1 n'est pas inversible dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, il faut penser à dire ICI que $n \geqslant 2$. Très peu d'élèves y ont pensé.
- TROP d'élèves affirment que $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$! ! ! La matrice nulle serait donc inversible ? ? ? ! ! ! AAAARRRRRRGGGGGGGGHHHHHHHHHH ! ! ! ! ! ! ! ! ! !
  Dans la même veine, il paraît que toute matrice diagonale est inversible (donc là encore, la matrice nulle en fait partie ! ! !).
- Les rangs possibles pour $A - \lambda I$ sont à peu près bien traités pour la majorité, mais les démonstrations du fait que $\mathcal{L}$ est l'ensemble des homothéties vectorielles sont rares et entièrement erronées.
- Les singletons autres que $\{0\}$ NE SONT PAS des sous-espaces vectoriels !
- De l'importance, encore une fois, du fil conducteur : la conclusion du III.B.1 et la matrice inversible construite au III.B.2. fournissent tous les éléments de réponse au « En déduire que dans tous les cas $\mathcal{L}$ contient une matrice inversible »... Inutile donc de se remettre à construire de nouveaux exemples.

Fin du problème 2