TD du Chapitre 19 - Fonctions de plusieurs variables - Compléments

Exercice 1

Etudier la continuité et l'existence de dérivées partielles sur $\mathbb{R}^2$ des fonctions suivantes :

a) $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3+y^3}{x^2+xy+y^2} & si\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & si\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$.

b) $f(x,y)=\ln(1+\sqrt{x^2+y^2})$.

Exercice 2

Soit $f\in C^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$ et la fonction g définie sur $\mathbb{R}^2$ par

$$g(x,y)=\begin{cases}\dfrac{f(x)-f(y)}{x-y} & \text{si } x\neq y\\ f'(x) & \text{si } x\neq y\end{cases}$$

Montrer que g est de classe C^1 sur $\mathbb{R}^2$. Donner son gradient en un vecteur $(a,b)\in\mathbb{R}^2$.

☺ *On pourra utiliser une formule de Taylor, pour obtenir une expression intégrale simple de* $g(x,y)$.